# 第4讲 代数模型实验

#### 实验目的和意义

1.理解投入产出分析中的基本概念和模型；

2.从数学和投入产出理论的角度，理解矩阵乘法、逆矩阵等的含义；

3.用投入产出模型解决实际问题。

#### 课堂练习情况

## 投入产出问题

设某经济体系分为6个部门：农业、工业、建筑业、运输邮电业、批零餐饮业和其他服务业。表 5-2 列出了各部门间的投入产出关系、外部需求、初始投入等。

**表 5-2 某经济体系的投入产出表（产值） 单位：亿元**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 产出  投入 | 农业 | 工业 | 建筑业 | 运输邮  电业 | 批零、  餐饮业 | 其他服  务业 | 外部需求 | 总产出 |
| 农业 | 464 | 788 | 229 | 13 | 127 | 13 | 1284 | 2918 |
| 工业 | 499 | 8605 | 1444 | 403 | 557 | 1223 | 4083 | 16814 |
| 建筑业 | 5 | 9 | 3 | 20 | 23 | 124 | 2691 | 2875 |
| 运输邮电业 | 62 | 527 | 128 | 163 | 67 | 146 | 477 | 1570 |
| 批零、餐饮业 | 79 | 749 | 140 | 43 | 130 | 273 | 927 | 2341 |
| 其他服务业 | 146 | 1285 | 272 | 225 | 219 | 542 | 2725 | 5414 |
| 初始投入 | 1663 | 4851 | 659 | 703 | 1218 | 3093 |  |  |
| 总投入 | 2918 | 16814 | 2875 | 1570 | 2341 | 5414 |  |  |

在技术水平没有明显提高的情况下，可以假设直接消耗系数不变。在这个假设下建立投 入产出的数学模型,并根据表 5-2 回答下列问题：

（1）建立该经济体系的直接消耗系数矩阵，确定农业产出 100 亿元所产生的中间需求。

（2）如果某年对农业、工业、建筑业、运输邮电业、批零餐饮业和其他服务业的外部需 求分别为 1500，4200，3000，500，950，3000 亿元，问这 6 个部门的总产出分别应为多少？

（3）如果 6 个部门的外部需求分别增加 1 个单位，问它们的总产出分别增加多少？即给出需求变动引发的产出变动。

（4）设 A 是该经济体系的直接消耗系数矩阵， y 是外部需求向量，如果 A 和 y 的元素非负，且 A 的所有列和都小于 1，证明： (I  A)1 存在，产出向量



的元素非负，并且是



的唯一解。称此时的投入产出分析是可行的。

（5）计算各部门的完全消耗系数矩阵，并对结果加以解释。

## 2.问题分析

利用列昂节夫投入产出模型对问题进行分析和求解。

假设经济体系有n个能够生产产品或提供服务的部门。令为产出向量， 其中xi表示第i 个部门的总产出。另外假设经济体系中还有一部分既不生产产品也不提供服务，而仅仅是消耗产品和服务。令为最终需求向量，其中yi表示经济体系中非生产性部门对第i个部门产品和服务的需求，可以表示消费者需求、政府消费、生产剩余、出口以及其他外部需求。

各部门在生产产品以满足消费者需求时，生产者对生产过程中所需投入的产品也会有中 间需求。列昂节夫寻求一个产出水平x，使得产出量恰好等于产品的总需求，即满足



列昂节夫投入产出模型有一个基本假设：每个部门i 都存在一个单位消耗向量***a***i∈***R***n ，

它列出了该部门每产出一个单位所需的投入。令



容易看出， ***x***i***a***i 表示第i 个部门的中间需求，因此所有部门的中间需求为



得到列昂节夫投入产出模型



可将上式写为：



其中***I***为单位矩阵，***I-A***称为该系统的列昂节夫矩阵。当矩阵***I-A***的逆矩阵存在时，上式的解为：



在大多数实际问题中，***I-A***可逆，并且产出向量***x***是可行的（即***x***的元素非负）。当给定***A***和***x***，就可以从中求出 ,这实际上是个矩阵相乘的问题；而如果已知***A***和***y***，根据就可求出 ，这是个矩阵求逆的问题。

## 3.实验过程

3.1问题一求解

3.1.1实验代码

X = [464, 788 ,229 ,13 ,127, 13;

499, 8605 ,1444 ,403, 557, 1223;

5, 9, 3 ,20 ,23, 124;

62, 527, 128, 163, 67, 146;

79, 749, 140, 43, 130, 273;

146, 1285, 272 ,225, 219, 542];

x= [2918 ,16814, 2875, 1570, 2341, 5414];

X\_rep = repmat( x,6,1); %将行向量扩展

disp('直接消耗矩阵：')

A = X./X\_rep % 直接消耗矩阵

x1 = 100;

disp('中间需求：')

(x1\*A(:,1))’ %计算中间需求

3.1.2实验结果

直接消耗矩阵：

A =

0.1590 0.0469 0.0797 0.0083 0.0543 0.0024

0.1710 0.5118 0.5023 0.2567 0.2379 0.2259

0.0017 0.0005 0.0010 0.0127 0.0098 0.0229

0.0212 0.0313 0.0445 0.1038 0.0286 0.0270

0.0271 0.0445 0.0487 0.0274 0.0555 0.0504

0.0500 0.0764 0.0946 0.1433 0.0935 0.1001

中间需求：

ans =

15.9013 17.1008 0.1714 2.1247 2.7073 5.0034

3.1.3结果分析

求出该经济体系的直接消耗矩阵A和以及农业产出100亿元所产生的的中间需求[15.9013, 17.1008, 0.1714, 2.1247, 2.7073, 5.0034]。

3.2 问题二求解

3.2.1实验代码

X = [464, 788 ,229 ,13 ,127, 13;

499, 8605 ,1444 ,403, 557, 1223;

5, 9, 3 ,20 ,23, 124;

62, 527, 128, 163, 67, 146;

79, 749, 140, 43, 130, 273;

146, 1285, 272 ,225, 219, 542];

x= [2918 ,16814, 2875, 1570, 2341, 5414];

X\_rep = repmat( x,6,1); %将行向量扩展

disp('直接消耗矩阵：')

A = X./X\_rep % 直接消耗矩阵

y = [1500;4200;3000;500;950;3000]; %输入外部需求向量y

n = size(y,1);

W = eye(n) - A;

x = W\y;

disp('六个部门产出为：')

x'

3.2.2实验结果

六个部门产出为：

ans =

1.0e+04 \*

0.3274 1.7851 0.3199 0.1675 0.2470 0.5892

3.2.3结果分析

求得六个部门的总产出为：[0.3274, 1.7851, 0.3199, 0.1675, 0.2470, 0.5892]

3.3 问题三求解

3.3.1实验代码

%对问题二的代码进行修改

X = [464, 788 ,229 ,13 ,127, 13;

499, 8605 ,1444 ,403, 557, 1223;

5, 9, 3 ,20 ,23, 124;

62, 527, 128, 163, 67, 146;

79, 749, 140, 43, 130, 273;

146, 1285, 272 ,225, 219, 542];

x= [2918 ,16814, 2875, 1570, 2341, 5414];

X\_rep = repmat( x,6,1); %将行向量扩展

disp('直接消耗矩阵：')

A = X./X\_rep % 直接消耗矩阵

y = [1500;4200;3000;500;950;3000];

y1 = [1;1;1;1;1;1];

n = size(y,1);

W = eye(n) - A;

x1 = W\(y+y1)-W\y;

disp('六个部门产出变化为：')

x1'

3.3.2实验结果

六个部门产出变化为：

ans =

1.7818 6.4817 1.0962 1.5607 1.6399 2.2951

3.3.3结果分析

将各部门的外部需求都增加1个单位，总产量的变化量分别为：

[1.7818, 6.4817, 1.0962, 1.5607, 1.6399, 2.2951]

3.4 问题四求解

3.4.1实验证明

当A≥0，且A的所有列和都小于1时，有。

又由于，因此当k→∞时，，即，因此存在。

当A和y的元素非负，可知的元素也是非负，并且是的唯一解。

3.4.2结果分析

利用数学公式推导，成功证明了问题四。

3.5 问题五求解

3.5.1实验代码

X = [464, 788 ,229 ,13 ,127, 13;

499, 8605 ,1444 ,403, 557, 1223;

5, 9, 3 ,20 ,23, 124;

62, 527, 128, 163, 67, 146;

79, 749, 140, 43, 130, 273;

146, 1285, 272 ,225, 219, 542];

x= [2918 ,16814, 2875, 1570, 2341, 5414];

X\_rep = repmat( x,6,1); %将行向量扩展

disp('直接消耗矩阵：')

A = X./X\_rep % 直接消耗矩阵

y = [1500;4200;3000;500;950;3000];

n = size(y,1);

W = eye(n) - A;

B = inv(W)-eye(n) %完全消耗矩阵

3.5.2实验结果

B =

0.2265 0.1407 0.1820 0.0660 0.1149 0.0517

0.5616 1.3302 1.3535 0.8238 0.7263 0.6863

0.0068 0.0094 0.0110 0.0224 0.0169 0.0297

0.0553 0.0965 0.1142 0.1583 0.0703 0.0659

0.0707 0.1298 0.1386 0.0899 0.1097 0.1012

0.1328 0.2356 0.2640 0.2698 0.1964 0.1965

3.5.3结果分析

根据投入产出的完全消耗矩阵求解公式，解出完全消耗矩阵B。

#### 课堂学习小结

本次案例学习中，我按时上线接收文件，细致地观看了PPT和电子课本。通过本次对PPT和电子课件附录的学习，我基本理解了投入产出分析中的基本概念和模型；从数学和投入产出理论的角度，进一步理解矩阵乘法、逆矩阵等的含义，对直接消耗、完全消耗这些名词有了一个大致的认识。此外，通过对*《环境投入产出分析在产业生态学中的应用*》这篇论文的学习，我对投入产出模型的概念、三种基本形式有了一定的了解，对他们的实际应用也进行了一些学习，更深入地理解了投入产出在实际应用中的分析方法。最后，在阅读完整篇论文后，我也了解了一些因素相对贡献分析、风险分析的流程。

在本次案例学习中，所有的实验均由我独立完成，实验完成情况良好，相关代码和图片结果也都整理到位，代码中存在疑惑的地方以及需要注意的地方均已注释好，以备下次复习时使用。

6 许柏城 62号

2020-04-02 17:00